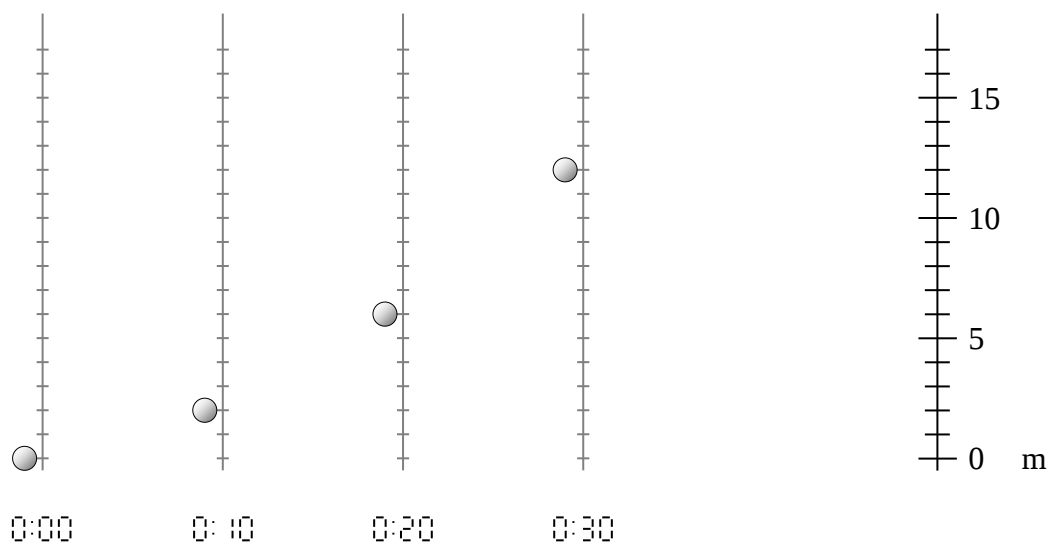


1. 位移、速度及加速度

• 位移與距離

位移是原點至終止位置的向量。位移的單位是 [m]。原點可選為起步點，亦可任意選其他點。以下例子以起步點作原點。

例：

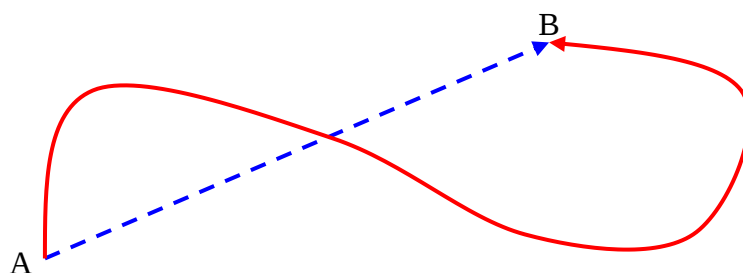


10 s 時的位移 = _____

20 s 時的位移 = _____

30 s 時的位移 = _____

位移與所行走的**距離**不相同。下圖中，一物體沿紅色曲線由 A 點移至 B 點。它所行走的距離是紅色曲線的長度，這是標量。但「位移」是由 A 點移至 B 點的向量，則藍色箭咀所示的向量。



- 平均速度和瞬時速度

$$\text{平均速度} = \frac{\text{終止時的位移} - \text{開始時的位移}}{\text{終止時間} - \text{開始時間}}$$

例（續）：

0 至 10 s 間的平均速度 = _____

10 s 至 20 s 間的平均速度 = _____

20 s 至 30 s 間的平均速度 = _____

如果平均速度的「起始時間」和「終止時間」非常接近，則稱為**瞬時速度**。平均速度和瞬時速度的單位都是 $[\text{m s}^{-1}]$ 。

在勻加速運動中，瞬時速度可用下式求得：

$$t_1 \text{ 至 } t_2 \text{ 期間的平均速度} = \text{在時間為 } \left(\frac{t_1 + t_2}{2} \right) \text{ 那刻的瞬時速度}$$

例（續）：

5 s 的瞬時速度 = _____

15 s 的瞬時速度 = _____

25 s 的瞬時速度 = _____

- 平均速率和瞬時速率

$$\text{平均速率} = \frac{\text{移動距離}}{\text{終止時間} - \text{開始時間}}$$

瞬時速率是瞬時速度的量值。瞬時速率的單位亦是 $[\text{m s}^{-1}]$ 。

例（續）：

5 s 的瞬時速率 = _____

15 s 的瞬時速率 = _____

25 s 的瞬時速率 = _____

- 平均加速度和瞬時加速度

原則上，平均加速度可用下式求得：

$$\text{平均加速度} = \frac{\text{終止時的瞬時速度} - \text{開始時的瞬時速度}}{\text{終止時間} - \text{開始時間}}$$

例（續）：

5 s 至 15 s 的加速度 = _____

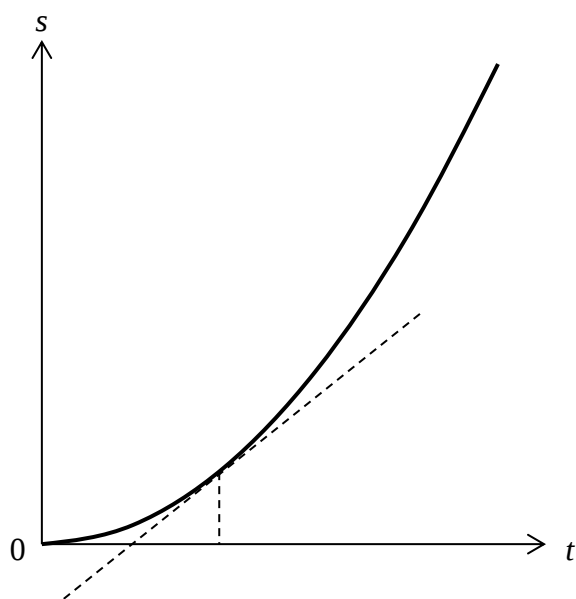
15 s 至 25 s 的加速度 = _____

在均加速運動中，瞬時加速度亦即是平均加速度。

加速度的方向與速度的方向（即物體運動的方向）不一定相同。

- 描述物體運動的線圖

勻加速運動的線圖

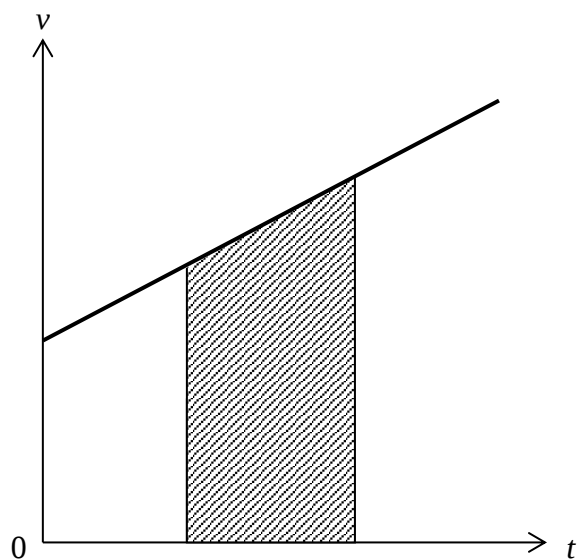


位移對時間的綫圖

s 位移 [m]

t 時間 [s]

某時間的斜率 = 該時間的瞬時速率



瞬時速率對時間的綫圖

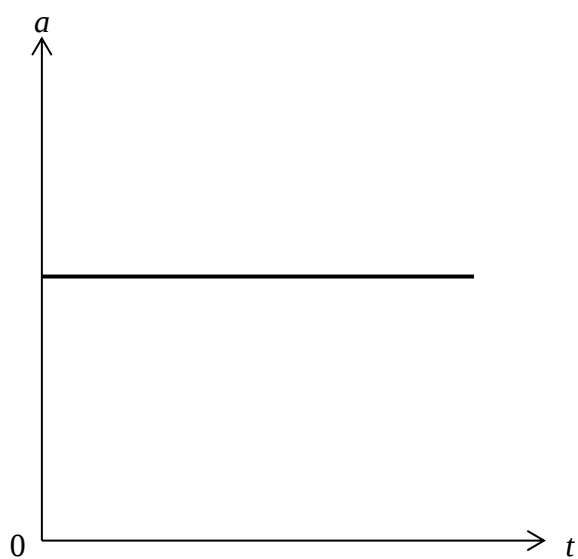
v 瞬時速率 [m s^{-1}]

t 時間 [s]

斜率 = 加速度

v 軸截距 = 初始速率

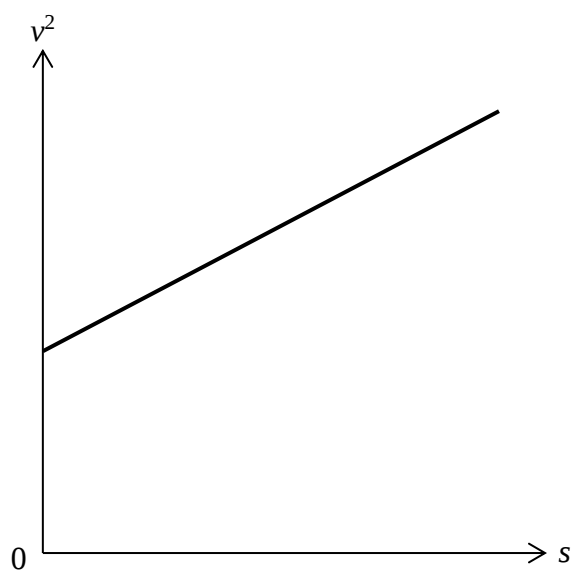
兩時間之間的綫下面積 = 該時段位移的改變



加速度對時間的綫圖

a 加速度 [m s^{-2}]

t 時間 [s]



瞬時速率的平方對位移的綫圖

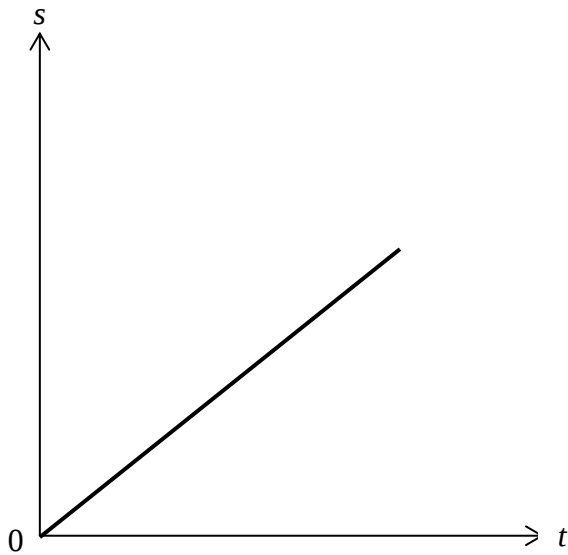
v 瞬時速率 [m s^{-1}]

s 位移 [m]

斜率 = $2 \times$ 加速度

v -截距 = (初始速率²)

勻速運動的線圖

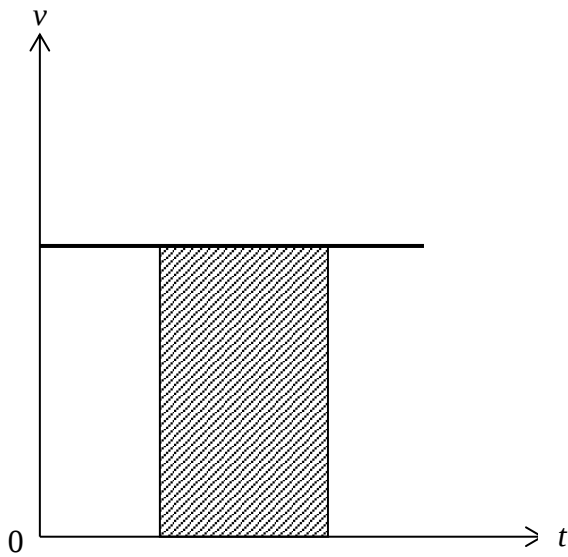


位移對時間的綫圖

s 位移 [m]

t 時間 [s]

斜率 = 速率



瞬時速率對時間的綫圖

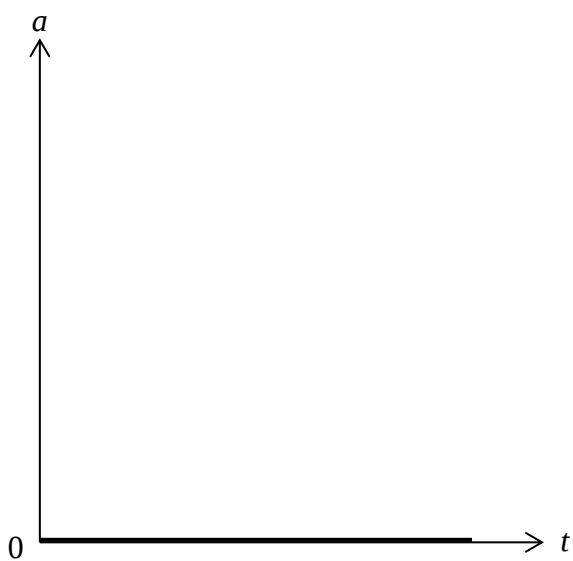
v 瞬時速率 [m s^{-1}]

t 時間 [s]

斜率 = 加速度 = 0

v 軸截距 = 速率。

兩時間之間的綫下面積 = 該時段位移



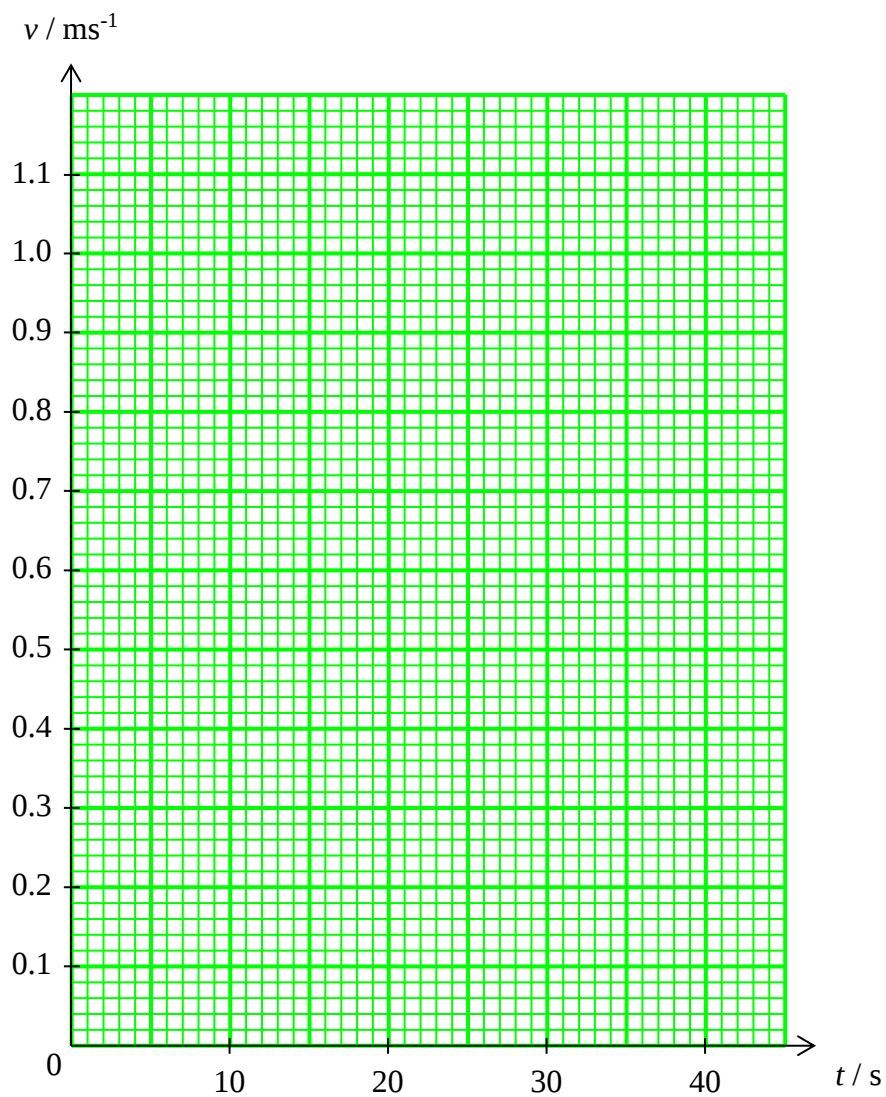
加速度對時間的綫圖

a 加速度 [m s^{-2}]

t 時間 [s]

例（續）

繪畫上例的瞬時速率對時間的綫圖：



並填寫以下問題：

初始速率 = _____

首 25 s 所作的位移 = _____

在 15 s 那刻的瞬時速率 = _____

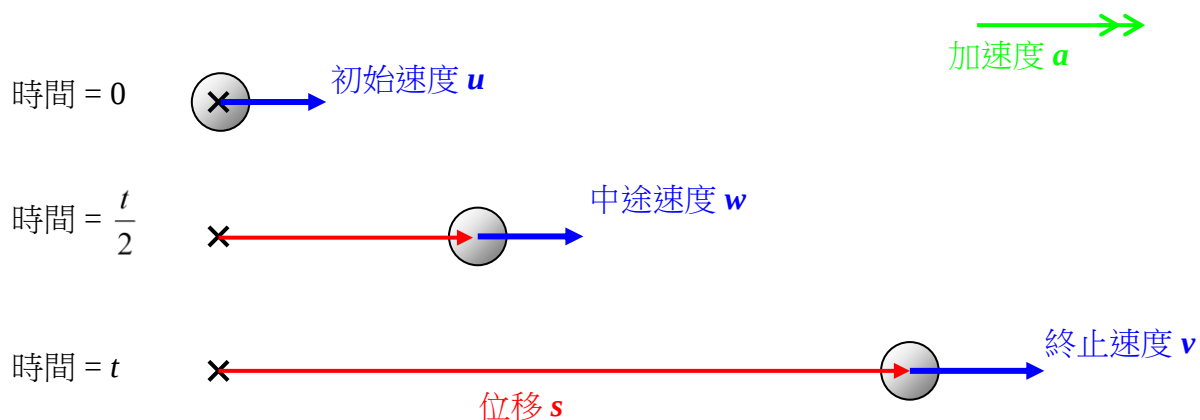
在 40 s 那刻的瞬時速率 = _____

加速度 = _____

20 s 至 40 s 間的位移 = _____

2. 勻加速運動公式

下圖所示為一物體在勻加速運動：



設當時間是 0（即剛開始）時，物體的速率是 u 。當時間是 $\frac{t}{2}$ 時，物體的速率變為 w 。當時間是 t 時物體位移是 s 而速率變為 v 。在整個過程中，物體的加速度固定為 a 。

可以證得以下公式：

$$v = u + at$$

$$s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$v^2 = u^2 + 2as$$

s	位移 [m]
u	初始速率 [m s^{-1}]
v	最後速率 [m s^{-1}]
t	時間 [s]
a	加速度 [m s^{-2}]

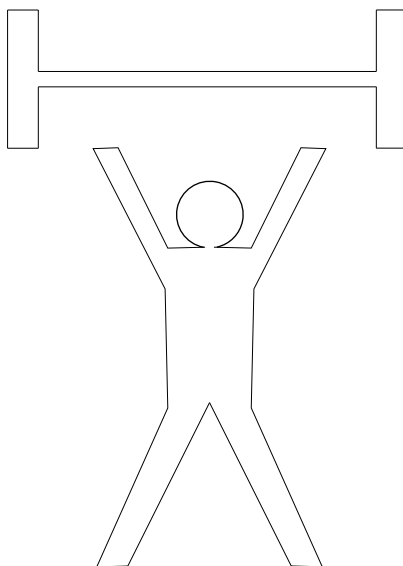
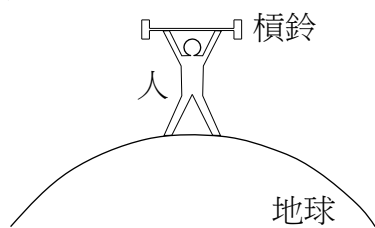
證明：

3. 力

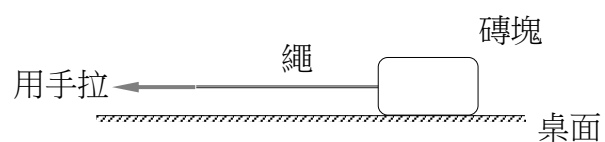
- 力是向量，單位是 [N]。力是用以下方式稱呼：

〔施力者的名稱〕作用在〔受力者的名稱〕的〔力的名稱〕。

例一：



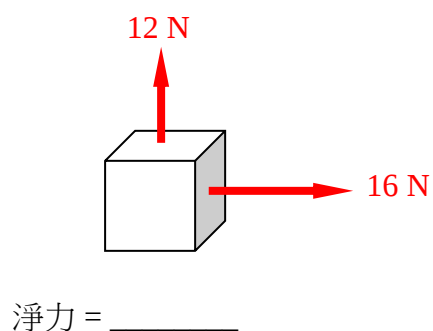
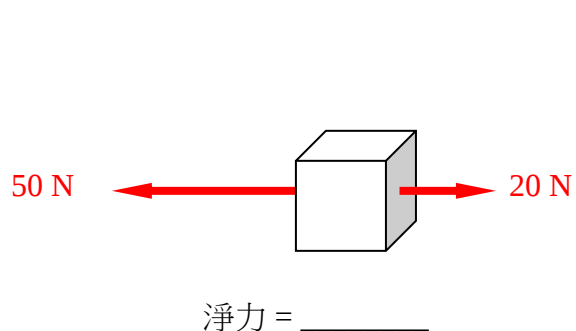
例二：



- 淨力

一個物體所受到的淨力（又稱合力或不平衡力）是施加在該物體的所有力的含量。

例：



4. 牛頓力學定律

- 第一定律

物體如無受到淨外力的作用（即所有外力的合力 = 0），它會以原有速率和方向繼續運動；如果它原來是靜止，它會繼續保持靜止。

- 第二定律

物體的加速度會跟作用在它身上的淨力成正比：

$$F = m a$$

F 物體所受到的淨力 [N]

m 物體的質量 [kg]

a 加速度 [m s^{-2}]

物體加速的方向必然與淨力的方向相同。

- 自由落體

我們發現在地球表面，任何物體自由下墜時，它們向下的加速度都會相同（大約等於 9.81 m s^{-2} ），此數字記作 g 。而一個物體的重量是指地球施加在該物體的萬有引力。應用牛頓第二定律於自由下墜的情況，便可得知：

$$W = m g$$

W 物體受到的重力 [N]

m 質量 [kg]

g 自由落體加速度（即 10 m s^{-2} ）

證明：

例：考慮把一個質量為 2 kg 的物體先後放到地球表面、月球表面和太空處。

自由落體加速度 = 10 m s^{-2}

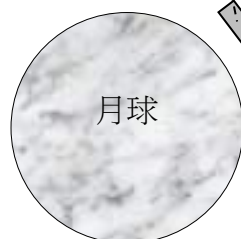
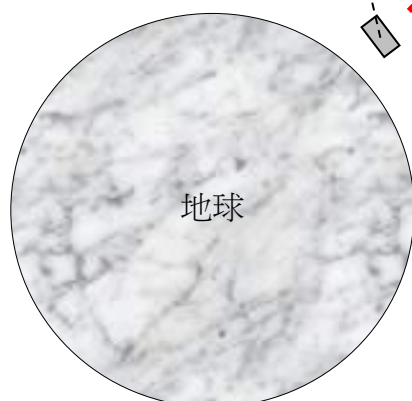
質量 = 2 kg

重量 = _____

自由落體加速度 = 1.7 m s^{-2}

質量 = _____

重量 = _____



太空



自由落體加速度 = 0

質量 = _____

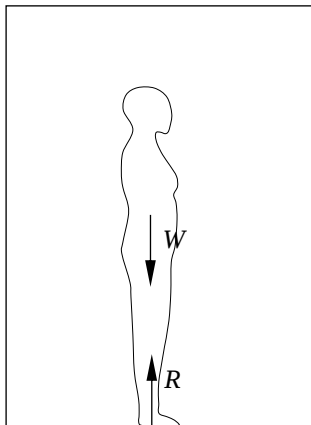
重量 = _____

- 真實重量與感受到的重量

人感受到自己重量的大小相等於地面作用在人腳掌上的力的大小。

例：考慮一個質量為 m 的人站在靜止、正向上加速和正向下加速的升降機內。

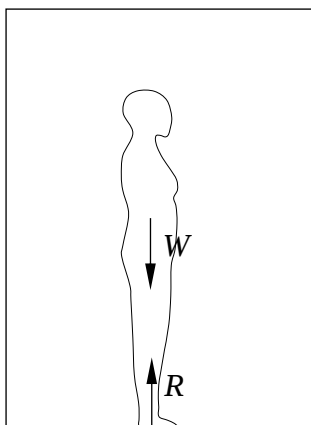
$a = 0$



真實重量 = _____

感受到的重量 = _____

a

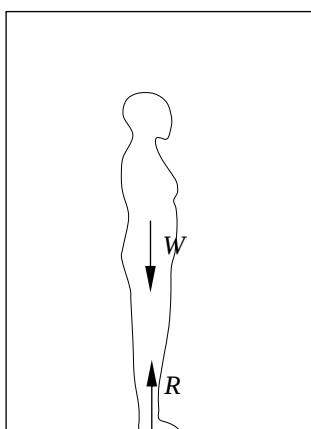


真實重量 = _____

感受到的重量 = _____



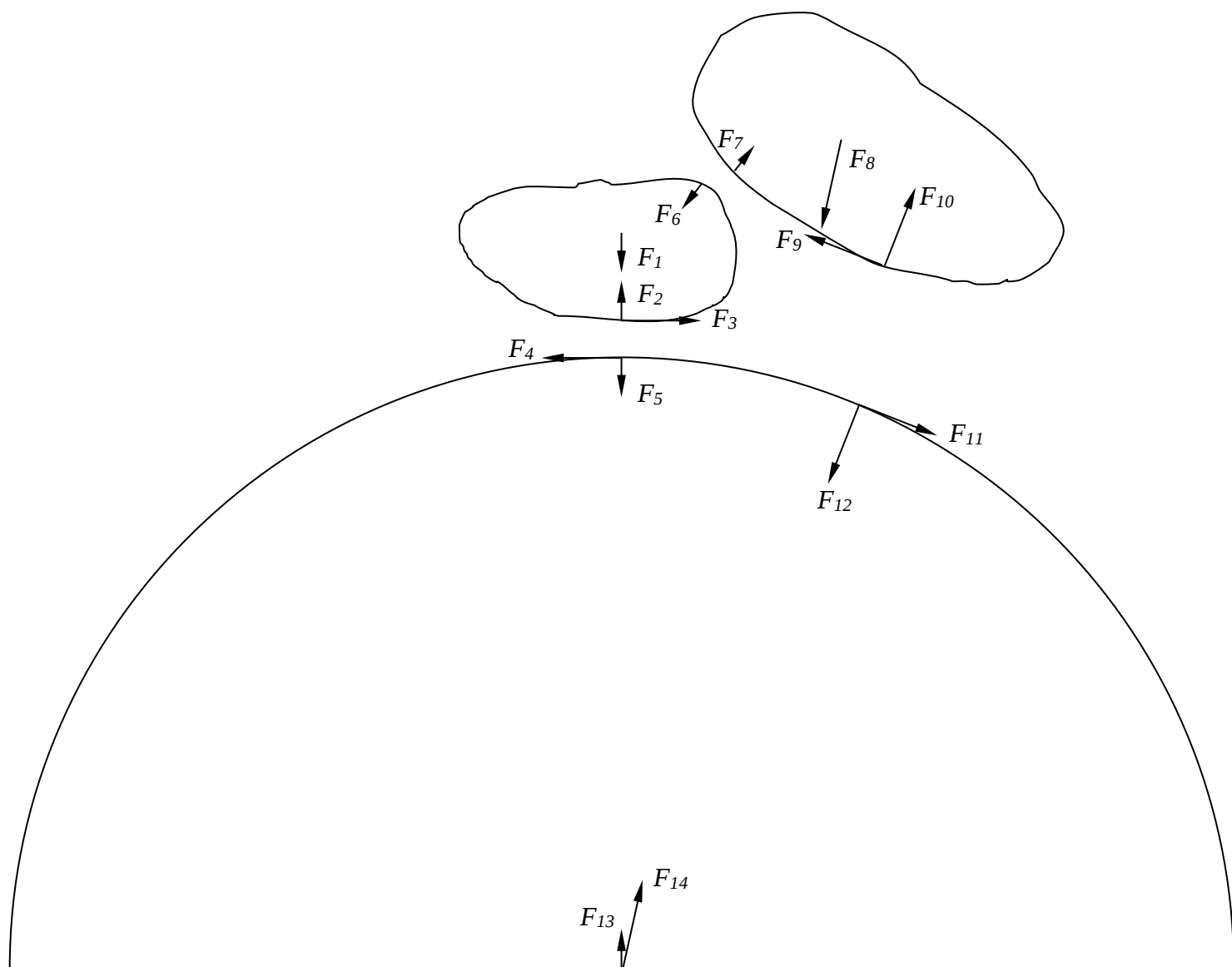
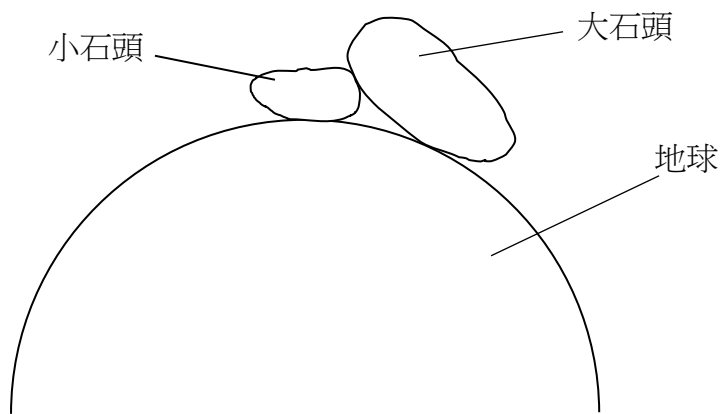
a



真實重量 = _____

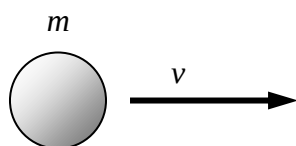
感受到的重量 = _____

例二：寫出圖中所有作用力反作用力對。



5. 動量

- 定義



一個物體的**動量**定義如下：

$$p = m v$$

p 動量 [kg m s^{-1}]

m 質量 [kg]

v 物體的瞬時速率 [m s^{-1}]

動量是向量，其方向跟物體運動的方向相同。

- 以動量表達牛頓第二定律

淨力 F 在一物體上作用了時間 t ，這物體的動量於是由 p_1 改變至 p_2 ，而整個之過程中物體保持直線運動，牛頓第二定律可以改寫成下式：

$$F = \frac{p_2 - p_1}{t}$$

F 淨力 [N]

p_2 物體事後的動量 [kg ms^{-1}]

p_1 物體原本的動量 [kg ms^{-1}]

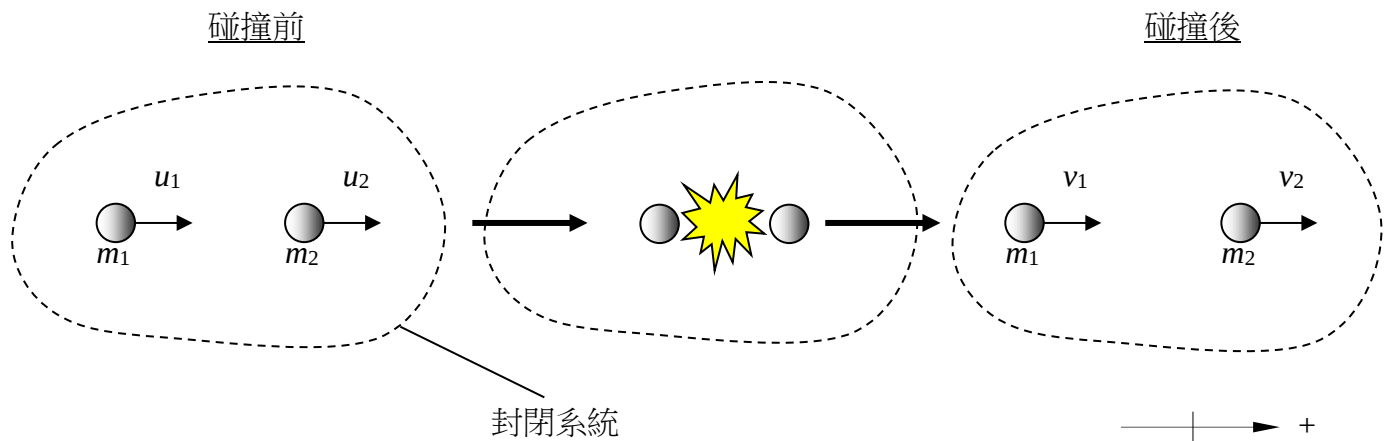
t 整個過程所用的時間 [s]

證明：

- **動量守恆定律**

在一個封閉系統內，所有成員的動量的總和不會在成員間互相碰撞的過程中改變。

參看下圖：



碰撞前系統的總動量 = 碰撞後系統的總動量

即是說

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

注意： u_1 、 u_2 、 v_1 和 v_2 是有方向的。

6. 功和功率

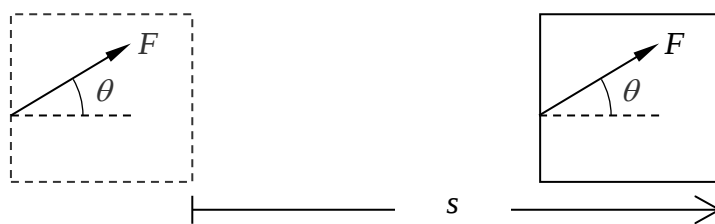
- **功**

一個力 F 在一個物體上所作的功是指因 F 的作用而：

- (1) 加進該物體（當功是正數時）或
- (2) 由該物體取走（當功是負數時）

的機械能（包括動能和勢能）。

考慮一個力 F 作用在一個物體，而該物體在一直線上運動，如下圖。（注意：物體不一定是因 F 而被推動， F 也不一定是作用在物體上唯一的力。）



F 的施力者作用在物體上的功（功為正時）或物體作用在 F 的施力者上的功（功為負時）可由下式求得：

$$W = F s \cos \theta$$

W	功 [J]
F	力 [N]
s	物體的位移 [m]
θ	力與位移的夾角

功是標量，如果力與位移方向相同，則 $W = F s$ ，如果力與位移的方向相反，則 $W = -F s$ ，力 F 的施加者其實是「被推動」，所以功為負數。

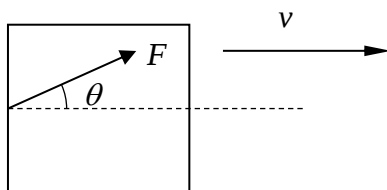
• 功率

功率是指能量傳送的率，也是標量。正數代表傳入該物體；負數代表由該物體傳出。功率可由下式求得：

$$P = \frac{E}{t}$$

P	功率 [W]
E	傳入該物體的能量（當 E 是正數時）；由物體傳出的能量（當 E 是負數時）[J]
t	作功所用的時間 [s]

如果物體運動的速率是 v 。



功率亦可由下式求得：

$$P = F v \cos \theta$$

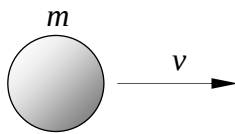
P	功率 [W]
F	力 [N]
v	物體運動的速率 [m s^{-1}]
θ	力與速度所成的夾角

證明：

功率也是標量，如果力 F 與速度 v 方向相同，則 $P = F v$ ，如果力 F 與速度 v 的方向相反，則 $P = -F v$ ，力 F 的施加者其實是「被推動」，所以功率為負數。

7. 動能及重力勢能

- 動能



當一個物體以正在以瞬時速率 v 運動時，它所儲存的**動能**可由下式求得：

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

E_k 物體儲存的動能 [J]

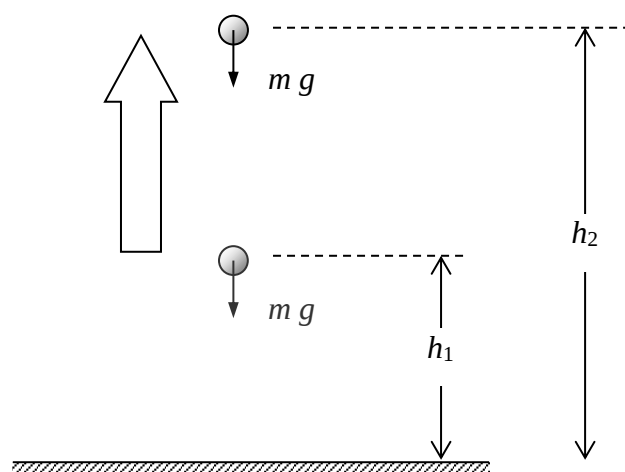
m 物體的質量 [kg]

v 物體當時的瞬時速率 [ms^{-1}]

證明：

- 重力勢能

當一個物體被抬高或放低時，



重力勢能的改變可由下式求得：

$$\Delta E_p = m g (h_2 - h_1)$$

ΔE_p 重力勢能的改變 [J]

m 物體的質量 [kg]

g 重力加速度 (9.81 ms^{-2})

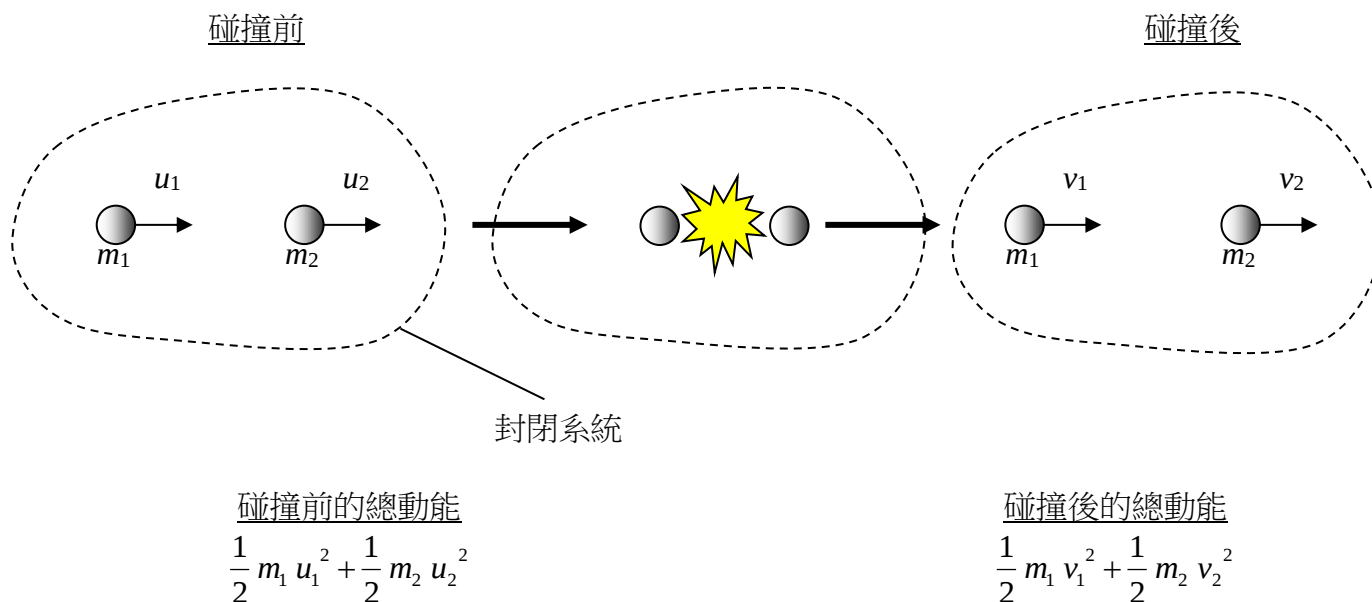
h_1 物體原本的高度 [m]

h_2 物體事後的高度 [m]

證明：

8. 不同類型的碰撞

一個封閉系統內成員間互相碰撞時，整個系統的總能量不變，總動量亦不變，但總動能不一定保持不變。



按總動能的改變可分成以下三種情況：

情況一：

$$\frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 > \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

這種碰撞稱作**非彈性碰撞**。碰撞過程中減少了的動能轉換成聲能和系統內的成員的內能（成員變熱了）。

例子： 兩個成員碰撞後黏在一起；或是一個成員撞到另一個成員後陷入在後者裏面。

情况二：

$$\frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

這種碰撞稱作**彈性碰撞**。碰撞過程中總動能沒有增加或減少。

例子： 兩個成員碰撞後完全彈開分離。

情況三：

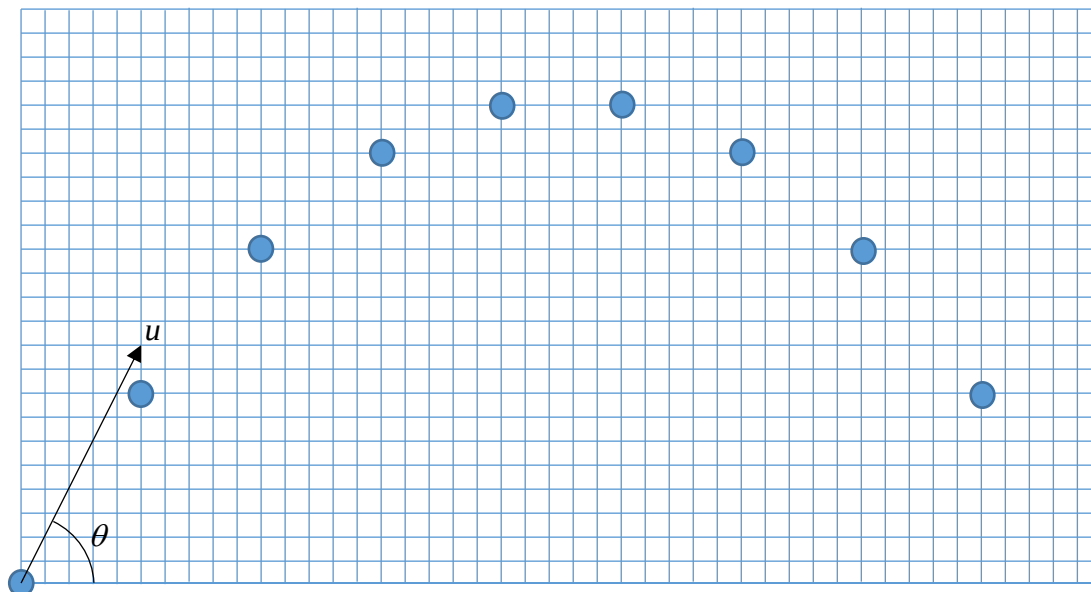
$$\frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 < \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

這種碰撞稱作**超彈性碰撞**。碰撞過程中增加了的動能是來由例如壓縮了的彈簧所儲存的勢能等預先放入系統中的能量。

例子：兩個原本靜止並放在一起的成員被預先壓縮了並放在兩成員中間的彈簧彈開。

9. 拋體運動

拋體的位移及速度的水平分量等同以 $u \cos \theta$ 為初速的勻速運動，而位移及速度的豎直分量等同於以 $u \sin \theta$ 為初速的自由落體的勻加速運動。



水平方向	$x = u \cos \theta \ t$
豎直方向	$y = u \sin \theta \ t - \frac{1}{2} g \ t^2$ $v_y = u \sin \theta - g \ t$ $v_y^2 = (u \sin \theta)^2 - 2 g \ y$

10. 圓形運動

角速率是指物體每秒環繞中心轉動的角度。

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

ω 角速率 [rad s^{-1}]

θ 轉動角度 [rad]

t 時間 [s]

角速率與速率之間可透過下式轉換。

$$r \omega = v$$

ω 角速率 [rad s^{-1}]

r 半徑 [m]

v 速率 [m s^{-1}]

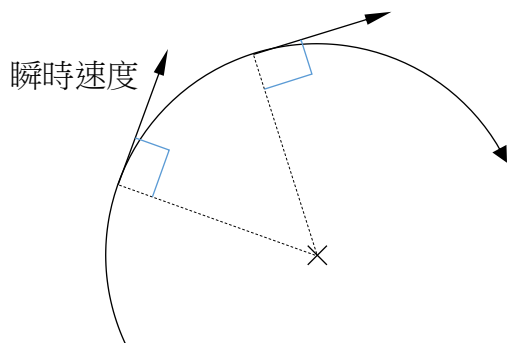
週期是物體環繞中心轉一圈（則 360° 或 $2\pi \text{ rad}$ ）所需的時間。

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

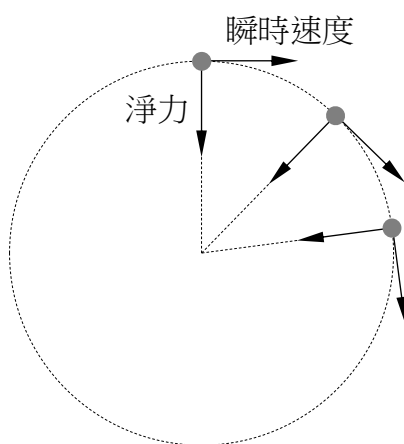
ω 角速率 [rad s^{-1}]

T 週期 [s]

當一個物體以固定速率沿圓形路徑運動時，它的瞬時速度的方向會垂直於通過所在點的半徑：



這種運動並不是勻速度運動，亦不是勻加速運動，作用在物體上的淨力亦不會等於 0 。作用在物體上的淨力會是一個大小固定而方向不斷改變以保持指向圓心的力。這時的淨力又稱為向心力。



向心力、角速率、速率及半徑有以下關係：

$$F = \frac{m v^2}{r} = m \omega^2 r$$

F 向心力 [N]

m 質量 [kg]

v 速率 [m s^{-1}]

ω 角速度 [rad s^{-1}]

r 圓形路徑的半徑 [m]

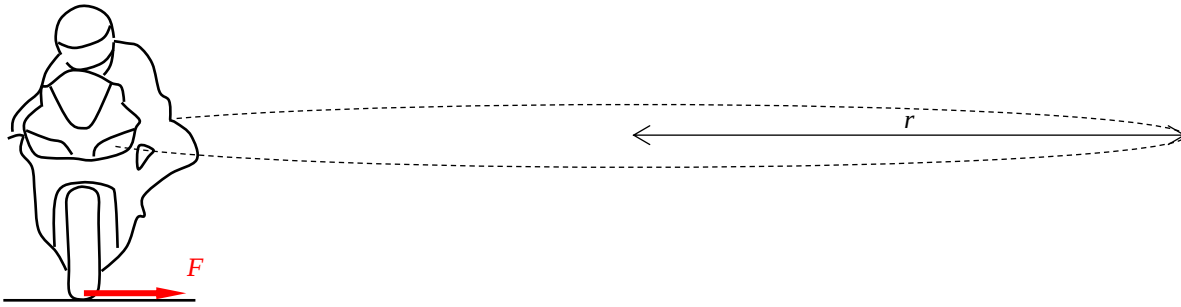
而

$$a = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$

則稱為該物體的向心加速度。

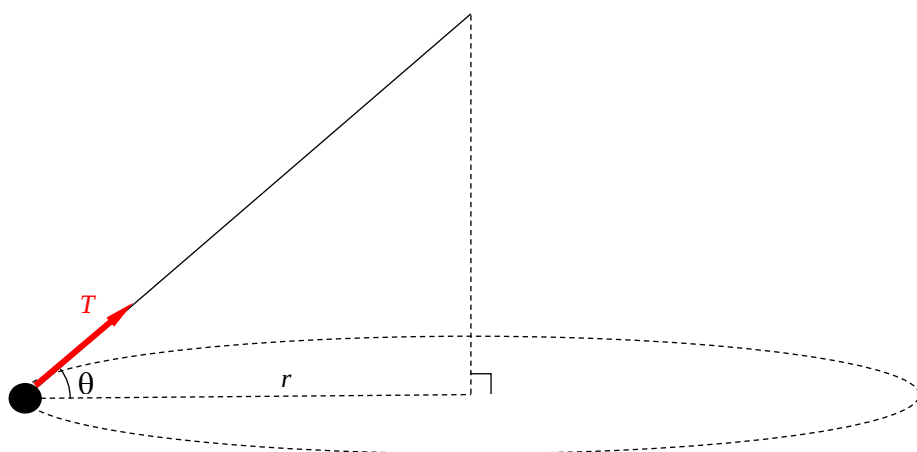
注意「向心力」一詞並非指力的一個種類，而是指力的一個功能。向心力常見由以下的力提供：

(1) 摩擦力



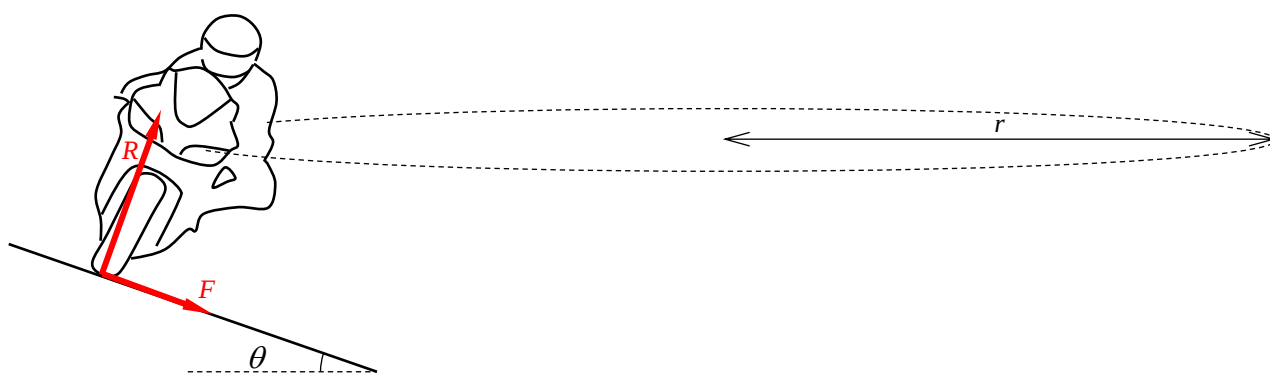
$$F = \frac{m v^2}{r} = m \omega^2 r$$

(2) 繩的張力的水平分量



$$T \cos \theta = \frac{m v^2}{r} = m \omega^2 r$$

(3) 地面反作用力及摩擦力的水平分量



$$R \sin \theta + F \cos \theta = \frac{m v^2}{r} = m \omega^2 r$$

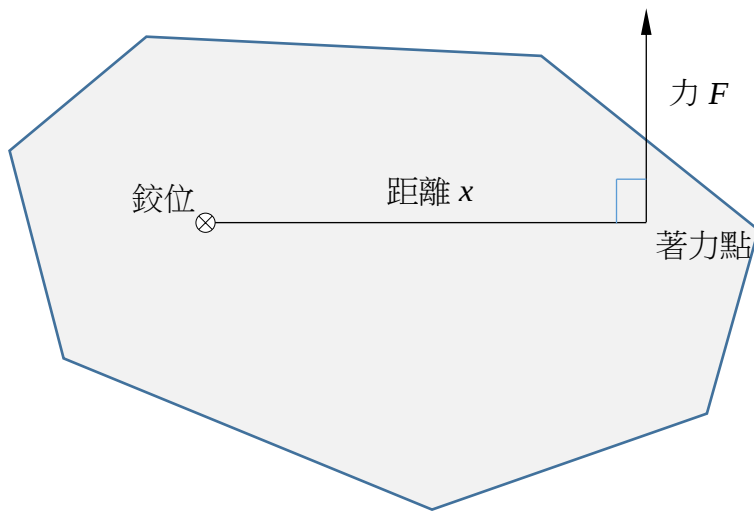
11. 力矩

以上所學的所有力學是針對點物體，則物體只會移動，而沒有自轉的可能。現在我們考慮擴大物體，則物體除可移動，亦可能自轉。

• 初級理解

首先要弄清，其實計算過程中，力是不能視作可任意選擇它在受力物體上出現的位置，力是作用在著力點上。

力矩是描述有多少扭力使物體以某「鉸位」為中心旋轉。如果著力點與鉸位的連線與力垂直，由該力產生的力矩 = 力 × 距離，則 $\Gamma = F \times x$ 。



但如果著力點與鉸位的連線並不與力垂直，則

力矩 = 有效距離 × 真實的力 或者 真實距離 × 力的有效分量

無論哪一種理解，結果都是：

$$\Gamma = F x \sin \theta$$

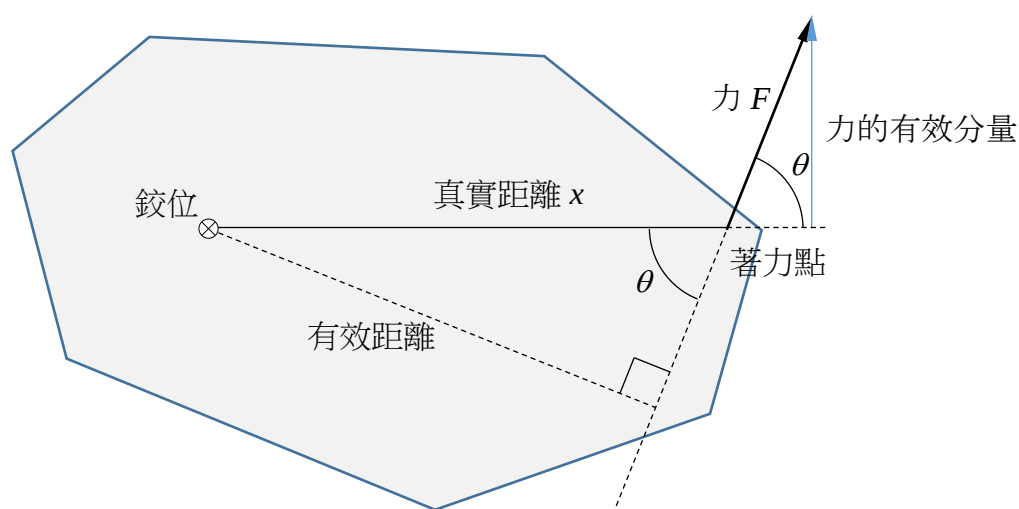
Γ 力矩 [N m]

F 力 [N]

x 著力點與「鉸位」的距離 [m]

θ 力與由鉸位指向著力點的連線所成的夾角

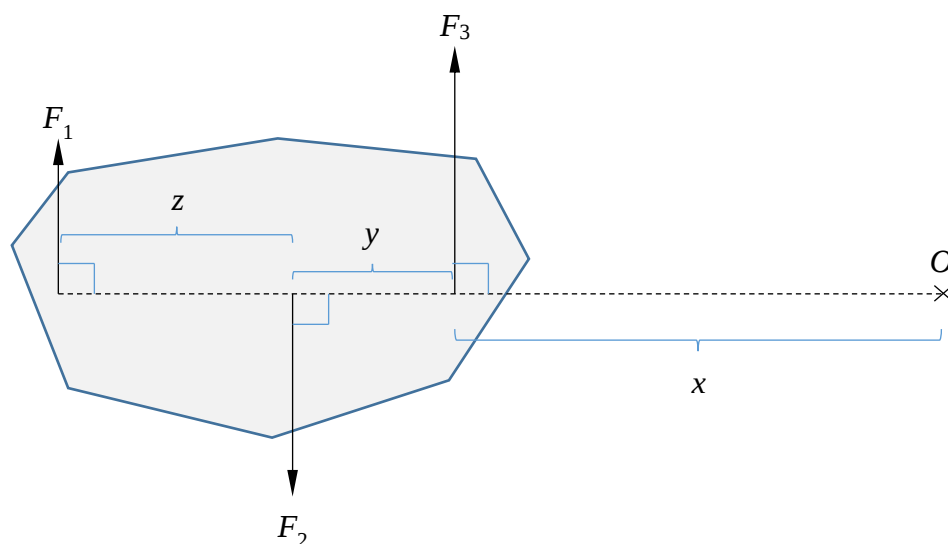
注意力矩是有正負，例如能使物體順時針旋轉的力矩視為正，能使物體逆時針旋轉的力矩則視為負。



當一個能以「鉸位」為中心自由轉動的物體平衡時，它受到總力距為 0。

• 深入理解

現考慮一個完全自由的物體（則該物體上沒有受到一個「鉸位」束縛），一些力（例如圖中的 F_1 、 F_2 及 F_3 ）作用在該物體上。現任意取一點 O 強行視作「旋轉中心」。



它受到的總力距是：

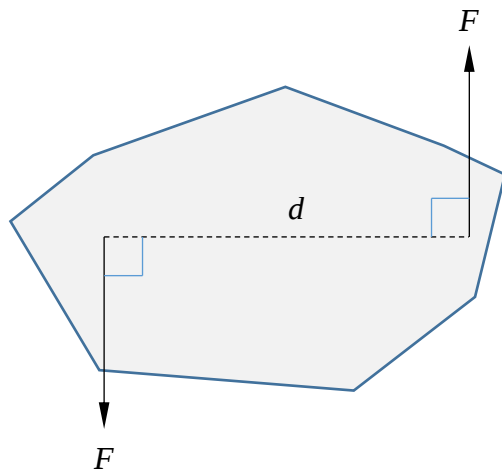
$$\begin{aligned}\text{總力距 } \Gamma &= F_1 (x + y + z) - F_2 (x + y) + F_3 x \\ &= (F_1 - F_2 + F_3) x + (F_1 - F_2) y + F_1 z\end{aligned}$$

顯然 Γ 的值與 x 有關，亦即是與選擇何處是「旋轉中心」有關，唯一例外的情況就是 $F_1 - F_2 + F_3 = 0$ 。即是說，如果作用在一物體上的淨力是零，則以任何位置作為旋轉中心計算總力距結果都是相同。

（為使證明變得簡易，上圖假設所有力的作用點都與 O 成一直線，而所有力均與這直線垂直。但其實以上所得結論適用於任何情況。）

- 力偶

當兩個大小相同，方向相反的力作用在一個物體不同地方時，



物體受到的總力距是

$$\Gamma = F d$$

Γ 總力距的量值 [N m]

F 每個力的大小 [N]

d 兩個力的著力點之間的距離 [m]

證明：

這樣的一對力稱為力偶。

12. 萬有引力

• 引力

任何有質量的物體都會向吸引其他有質量的物體，點物體之間的引力的量值為：

$$F = G \frac{M_1 M_2}{r^2}$$

F 引力 [N]

G 萬有引力常數 $6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$

M_1 施力者的質量 [kg]

M_2 被吸引者的質量 [kg]

r 施力者與被吸引者之間的距離 [m]

• 等效原理

球形物體所產生的引力等同於該物體的所有質量都集中在球心時所產生的引力。

證明：省略

• 力場強度

某處的**力場強度**為每單位質量的點物體放在該處時，點物體所受到的引力。

$$g = \frac{F}{M_2} = G \frac{M_1}{r^2}$$

g 引力場強度 [N kg^{-1}] 或 [m s^{-2}]

G 萬有引力常數 $6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$

M_1 施力者的質量 [kg]

M_2 被吸引者的質量 [kg]

r 施力者與被吸引者之間的距離 [m]

由於對地球上的物體來說，它受到的萬有引力亦即是它的重量，

$$G \frac{M_1 M_2}{r^2} = \text{重量}$$

$$G \frac{M_1 M_2}{r^2} = M_2 \times \text{重力加速度}$$

$$G \frac{M_1}{r^2} = \text{重力加速度}$$

$$\text{力場強度} = \text{重力加速度}$$

所以地球產生的力場的強度亦即是地球重力加速度，因此兩者都以 g 作為符號。